

angegeben werden.) Die eingezeichneten Kurven wurden aus den Kurven für die bestimmten Energien als Mittel über alle Energien berechnet, wobei als Gewicht die auf die einzelnen Unterintervalle entfallenden Spurlängen der K^+ -Mesonen benutzt wurden.

Alle drei Abbildungen sprechen für die Annahme, daß auch bei kleinen Energien und speziell auch zwischen 20 MeV und 30 MeV die auf ein K^+ -Meson wirkende Kernkraft abstoßend ist. Außerdem sind die experimentellen Punkte mit einem

Wert $V_N \approx 15$ MeV verträglich. Berücksichtigt man also die Ergebnisse der früheren Arbeiten über die Streuung bei höheren Energien, so scheint das Kernpotential in dem großen Energiebereich zwischen 20 MeV und 160 MeV positiv und energieunabhängig zu sein mit einem Wert $V_N \approx 15$ MeV.

Herrn Professor Dr. W. HEISENBERG und den Herren Dr. M. CECCARELLI, Dr. K. GOTTSSTEIN und Dr. P. MITTELSTAEDT danke ich für ihr fortwährendes Interesse an dieser Arbeit und für wertvolle Diskussionen.

Über die direkte Erzeugung von Elektronenpaaren durch Elektronen

Von G. LÜTJENS

Aus dem Max-Planck-Institut für Physik, Göttingen
(Z. Naturforsch. **13 a**, 510—514 [1958]; eingegangen am 10. Mai 1958)

In Kernemulsionen wurde die Häufigkeit der direkten Erzeugung von Elektronenpaaren (sog. Dreiergabeln oder tridents) und das Energiespektrum der dabei entstehenden Elektronen gemessen. Als Primärteilchen dienten künstlich auf 800 ± 50 MeV beschleunigte Elektronen. Der aus den Messungen bestimmte totale und differentielle Wirkungsquerschnitt für die direkte Paarerzeugung wurde mit den Ergebnissen einer Theorie von BHABHA verglichen. Es zeigte sich, daß die Theorie die Messungen zufriedenstellend beschreibt.

Experiment

Mehrere Autoren^{1, 2, 3, 4} fanden bei der Untersuchung der Elektronenkomponente sehr energiereicher Teilchenschauer aus der kosmischen Strahlung eine Häufigkeit der direkten Paarerzeugung, die nur schwer mit den theoretisch erwarteten Werten in Einklang zu bringen war. Es schien deshalb von Interesse zu sein, an Hand einer etwas umfangreicherem Statistik die theoretischen Aussagen erneut zu prüfen.

Um Fehler in der Bestimmung der Primärenergie und bei der Identifizierung der Primärteilchen zu vermeiden, wurden als Primärteilchen künstlich beschleunigte Elektronen nahezu konstanter Energie verwendet. Zur Bestimmung der mittleren freien Weglänge und des Wirkungsquerschnittes für die

direkte Paarerzeugung wurden in Ilford G 5-Emulsionen insgesamt 63,2 m Elektronenspuren verfolgt und dabei 57 Elektronenpaare gefunden, die so nahe an der untersuchten Spur entstanden waren, daß eine direkte Paarbildung vermutet werden mußte. An den Sekundärspuren von 42 dieser Dreiergabeln konnte zur Ermittlung des differentiellen Wirkungsquerschnittes eine Messung der COULOMB-Vielfachstreuung vorgenommen werden. Die Energieverteilung der Sekundärteilchen ist in Tab. 1 wiedergegeben.

Theorie

Nach BHABHA⁵ ist der differentielle Wirkungsquerschnitt für die direkte Paarbildung gegeben durch:

$$W(E_0, E_+, E_-) dE_+ dE_- = \frac{8}{\pi} \left(\frac{Z e^2}{137 m c^2} \right)^2 \frac{E_+^2 + E_-^2 + \frac{2}{3} E_+ E_-}{(E_+ + E_-)^4} \cdot \ln \frac{k E_+ E_-}{(E_+ + E_-) m c^2} \cdot \ln \frac{k' E_0}{E_+ + E_-} dE_+ dE_- . \quad (1)$$

¹ M. KOSHIBA u. M. F. KAPLON, Phys. Rev. **97**, 193 [1955].

² M. KOSHIBA u. M. F. KAPLON, Phys. Rev. **100**, 327 [1955].

³ E. LOHRMANN, Nuovo Cim. **3**, 820 [1956].

⁴ E. LOHRMANN, Z. Naturforsch. **11 a**, 561 [1956].

⁵ H. J. BHABHA, Proc. Roy. Soc., Lond. A **152**, 559 [1935].



No _{Tr.}	E_1	ΔE_1	E_2	ΔE_2	E_3	ΔE_3	(MeV)
1	773	+ 50 - 50	18	+ 6 - 3,5	8,5	+ 1,5 - 1,5	
2	760	+ 110 - 80	15,5	+ 3 - 2	25	+ 110 - 80	
3	672	+ 55 - 55	110	+ 25 - 20	18	+ 3 - 1,5	
5	768	+ 50,3 - 50,3	23	+ 6 - 4	9	+ 1 - 1	
7	700	+ 53 - 53	78	+ 20 - 15	22	+ 6 - 4	
8	714	+ 52 - 51	61	+ 14 - 8	25	+ 4 - 3	
9	766	+ 50 - 50	19	+ 3 - 2,5	15	+ 2 - 2	
10	748	+ 50,5 - 50	40	+ 6 - 4	12	+ 4 - 1	
11	570	+ 57,5 - 54,5	130	+ 20 - 15	100	+ 20 - 15	
13	685	+ 51 - 51	95	+ 10 - 10	20	+ 3 - 3	
14	445	+ 65,5 - 57,5	185	+ 30 - 20	170	+ 30 - 20	
15	665	+ 52 - 50,5	75	+ 10 - 7	60	+ 10 - 5	
16	735	+ 50,5 - 50,5	53	+ 5 - 5	12	+ 1 - 1	
17	747	+ 50,5 - 50,5	41	+ 6 - 5	12	+ 1 - 1	
18	585	+ 65 - 58,5	130	+ 40 - 30	85	+ 10 - 6	
19	746	+ 50,5 - 50	40	+ 8 - 5	14	+ 1 - 1	
20	774	+ 50 - 50	18	+ 3 - 2	8	+ 3 - 2	
22	665	+ 59 - 54	110	+ 30 - 20	25	+ 7 - 4	
23	743	+ 50,5 - 50,5	40	+ 8 - 5	17	+ 2 - 1,5	
25	692	+ 51,5 - 51	100	+ 10 - 10	8,5	+ 6 - 4	
26	770	+ 50 - 50	18	+ 4 - 3	12	+ 3 - 2	
29	565	+ 57 - 54	175	+ 25 - 20	60	+ 10 - 5	
30	645	+ 52,5 - 51	120	+ 15 - 10	35	+ 6 - 5	
31	780	+ 50 - 50	15	+ 2,5 - 2	5	+ 1,5 - 1	
33	680	+ 54 - 52	95	+ 20 - 15	25	+ 1 - 1	
34	659	+ 54,5 - 51	105	+ 20 - 10	36	+ 7 - 5	
36	738	+ 52 - 51	56	+ 14 - 11	6	+ 1,5 - 1	
37	709	+ 51,5 - 50,5	51	+ 9 - 6	40	+ 8 - 5	
38	763	+ 50 - 50	27	+ 5 - 4	10	+ 2 - 1	
39	460	+ 77 - 62	210	+ 60 - 30	130	+ 30 - 20	
41	633	+ 53,5 - 51	150	+ 30 - 10	17	+ 2 - 1	
42	680	+ 52,5 - 51	95	+ 15 - 10	25	+ 3 - 2	

No _{Tr.}	E_1	ΔE_1	E_2	ΔE_2	E_3	ΔE_3	(MeV)
43	765	+ 50 - 50	21	+ 3 - 2	14	+ 2 - 1	
45	675	+ 54 - 52	110	+ 20 - 15	15	+ 2,5 - 1,5	
46	655	+ 59 - 54	100	+ 30 - 20	45	+ 8 - 6	
47	470	+ 90 - 70	160	+ 25 - 10	170	+ 106 - 87	
49	762	+ 50,5 - 50	26	+ 6 - 4	12,5	+ 3,5 - 2	
50	708	+ 51 - 50	87	+ 10 - 8	5	+ 1 - 1	
53	697	+ 51,5 - 51	53	+ 10 - 7	50	+ 8 - 7	
54	640	+ 64 - 56	100	+ 40 - 25	60	+ 4 - 4	
56	557	+ 59,5 - 56,5	190	+ 30 - 25	53	+ 12 - 9	
57	455	+ 59,5 - 55	250	+ 30 - 20	95	+ 12 - 10	

Tab. 1. Das Energiespektrum der Sekundärteilchen.

Hier ist Z die Ordnungszahl des Atoms, in dessen Feld das Paar erzeugt wurde ($Z=22,1$ für Ilford G 5-Emulsionen), E_0 die Energie des Primärelektrons, E_+ und E_- sind die Energien der erzeugten Elektronen, k und k' Konstanten der Größenordnung 1.

Die Integration von Gl. (1) über E_+ oder E_- liefert wegen der Symmetrie der Formel in E_+ , $-$ ein von der Ladung unabhängiges Energiespektrum der entstehenden Teilchen. Im Bereich sehr kleiner kinetischer Teilchenenergien ($E_+, - \approx m c^2$) verliert der Ausdruck (1) jedoch seine Gültigkeit; es wurde deshalb von 5 MeV pro Sekundärteilchen an integriert. Dadurch wird zugleich ein systematischer Fehler des Experiments vermieden, der durch den Verlust energieärmer Paare im Spurenuntergrund der Emulsionen entsteht.

Da das Primärelektron nach einer direkten Paarerzeugung experimentell nicht von dem entstandenen Elektron zu unterscheiden ist, muß man das Spektrum der Energien, die dem Primärteilchen nach der Paarerzeugung verblieben sind, dem Spektrum der entstandenen Teilchen überlagern. Ersteres erhält man unter Verwendung der von BHABHA berechneten Verteilung der auf das Paar übertragenen Energie $E_T = E_+ + E_-$. Die Wahrscheinlichkeit, daß das Primärteilchen nach der Paarbildung eine Energie E_p im Intervall dE_p besitzt, ist

$$W(E_p) dE_p = W(E_0 - E_T) dE_T.$$

Das aus den beschriebenen Verteilungen zusammengesetzte Energiespektrum der nach einer direkten Paarerzeugung beobachteten Teilchen ist als ausgezogene Kurve in Abb. 1 dargestellt.

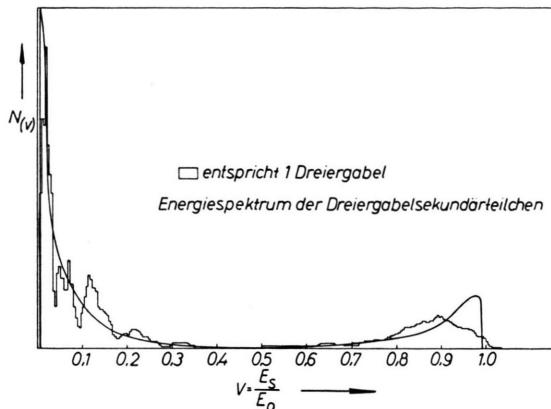


Abb. 1. Energiespektrum der Dreiergabelsekundärteilchen.

Die Integration von Gl. (1) über beide Variable E_+ und E_- ergibt den nur noch von der Primärenergie abhängigen totalen Wirkungsquerschnitt für die direkte Paarerzeugung. BLOCK et al.⁶ zeigten, daß dieser Wirkungsquerschnitt bis auf Näherungsfehler mit einem entsprechenden von RACAH⁷ berechneten Ausdruck übereinstimmt. Die Integration von 5 MeV pro Sekundärteilchen bis $E_0 - 5$ MeV ergibt bei 800 MeV Primärenergie und $k = k' = 1$ den Wert $Q = 0,77 \cdot 10^{-25} \text{ cm}^2$.

Den Einfluß der Kernabschirmung auf den Wirkungsquerschnitt untersuchten BHABHA⁵, NISHINA et al.⁸ und RAVENHALL⁹ und fanden, daß man ihn bis zu Primärenergien von 1 GeV vernachlässigen kann.

Korrektur für Pseudodreiergabeln

Die Bestimmung der Häufigkeit direkt erzeugter Paare wird durch Bremsstrahlquanten erschwert, die zufällig so dicht neben einer Spur materialisieren, daß der Abstand des Paaranfangs von der Spur wegen der endlichen Spurbreite nicht mehr aufgelöst werden kann. Der Beitrag solcher Paare zur gefundenen Zahl von Dreiergabeln gewinnt mit wachsender Primärenergie immer mehr Bedeutung, da die

von einem Teilchen emittierten Bremsstrahlphotonen mit wachsender Teilchenenergie in zunehmendem Maße nach vorwärts gebündelt sind und deshalb mit größerer Wahrscheinlichkeit auf der Spur ihres Ursprungsteilchens materialisieren.

BLOCK et al.¹⁰ und KOSHIBA et al.¹ haben die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Abstände der Anfänge von Paaren aus Bremsstrahlphotonen berechnet; sie sei $W(E_0, k, t, y) dk dt dy$, dabei ist k die Energie des Photons, t die vor dem Materialisieren durchlaufene Strecke und y die in eine Ebene projizierte Distanz des Paaranfangs von der Spur des Ursprungsteilchens. Hieraus erhält man die Wahrscheinlichkeit, ein Elektronenpaar der Energie k im Intervall dk innerhalb eines Abstandes y von der Elektronenspur irgendwo zwischen $t=0$ und T zu finden, durch Integration:

$$W(E_0, T, y, k) dk = dk \int_0^T \int_y \int_0^y W(E_0, k, t, y) dt dy. \quad (2)$$

Eine weitere Integration über k ergibt die Zahl der zwischen $t=0$ und T innerhalb y entstandenen Paare mit zwischen 10 MeV und 800 MeV beliebiger Energie:

$$N(E_0, T, y) = \int_{10 \text{ MeV}}^{800 \text{ MeV}} W(E_0, T, y, k) dk. \quad (3)$$

Die Berechnung der Abstandsverteilung von KOSHIBA et al. wurde hier insofern modifiziert, als das Energiespektrum der Bremsstrahlphotonen und die Abhängigkeit der Konversionslänge von der Energie miterücksichtigt wurden. Dazu sind die entsprechenden von Rossi und GREISEN¹¹ angegebenen Wirkungsquerschnitte benutzt worden.

Zur Überprüfung der berechneten Verteilung sind während der Durchmusterung der Emulsionen alle bis zu einem Abstand von 3μ neben der beobachteten Spur entstandenen Paare registriert worden. Abb. 2 zeigt als ausgezogene Kurve die integrale Abstandsverteilung Gl. (3) sowie die Meßpunkte bei $y = 0,3; 0,5; 1,0; 2,0$ und $3,0 \mu$. Die eingezeichneten Schwankungen beziehen sich nur auf statistische Fehler. Man sieht, daß der experimentelle Wert bei $y = 0,3 \mu$ zu niedrig liegt. Hier fehlen die Brems-

⁶ M. M. BLOCK, D. T. KING u. W. W. WADA, Phys. Rev. **96**, 1627 [1954].

⁷ G. RACAH, Nuovo Cim. **14**, 3 [1937].

⁸ Y. NISHINA u. S. TOMONAGA, Sci. Pap. Inst. Phys. Chem. Res. Tokyo **27**, 137 [1935].

⁹ D. G. RAVENHALL, Proc. Phys. Soc., Lond. A **63**, 1117 [1950].

¹⁰ M. M. BLOCK u. D. T. KING, Phys. Rev. **95**, 171 [1954].

¹¹ B. ROSSI u. K. GREISEN, Rev. Mod. Phys. **13**, 240 [1941].

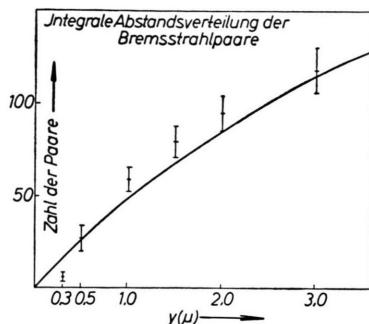


Abb. 2. Integrale Abstandsverteilung der Bremsstrahlpaare.

strahlpaare, die im Experiment nicht von einem direkt erzeugten Paar unterschieden werden konnten. Für $y \geq 0,5 \mu$ sind zu der Zahl der gefundenen Paare 10 weitere Paare addiert (s. u.), weil in der berechneten Kurve auch die Zahl der Pseudodreiergabeln enthalten ist. Daß die Meßwerte ab $y = 1 \mu$ zu hoch liegen, kann als einmalige statistische Schwankung verstanden werden, da die Verteilung integral aufgetragen ist.

Die Zahl der Pseudodreiergabeln erhält man aus Gl. (3), wenn man einen Mindestabstand kennt, den ein Paar von einer Spur besitzen muß, um mit Sicherheit als Bremsstrahlpaar erkannt zu werden. Zur Ermittlung der Spurbreite in den Emulsionen wurde an mehreren ausgerichteten Spurstücken die Verteilung der Kornräder und Kornmittelpunkte um den Mittelpunkt der Kornmittelpunkte gemessen. Aus Abb. 3 ersieht man, daß zwei Spuren mit nicht zu hoher Korndichte (Minimum-Ionisation) dann als getrennt erscheinen, wenn die Mittelpunkte der Kornmittelpunkte einen Abstand von $0,3 \mu$ besitzen. Es wurde deshalb in Gl. (2) bis zu einem $y = 0,3 \mu$ integriert. Die graphische Auswertung des Integrals (3) ergab bei einem mittleren verfolgten $T = 7 \text{ mm}$

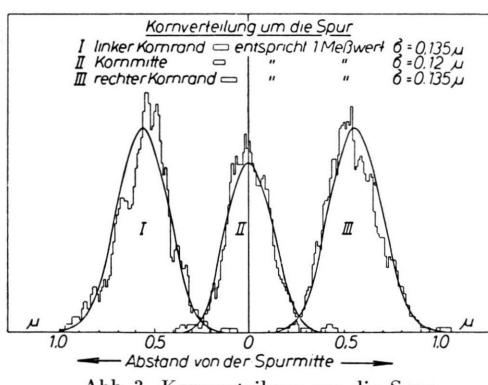


Abb. 3. Kornverteilung um die Spur.

für die insgesamt untersuchte Strecke 16 Paare mit einem $y \leq 0,3 \mu$. Im Experiment wurden neben den vorhin angeführten 57 möglicherweise direkt erzeugten Paaren außerdem 6 Paare mit einem Abstand $y \leq 0,3 \mu$ von der verfolgten Spur gefunden, die noch eindeutig als Bremsstrahlpaare identifiziert werden konnten. Daraus ergibt sich, daß von den 57 vermuteten direkten Paarbildungen 10 ± 5 auf Bremsstrahlphotonen zurückzuführen sind. Die Fehlerangabe bezieht sich nur auf statistische Schwankungen.

Um den Einfluß der Pseudodreiergabeln auf das Energiespektrum der direkt erzeugten Paare zu prüfen, ist in Abb. 4 das Energiespektrum der beiden energieärmeren Sekundärteilchen der ausgemessenen

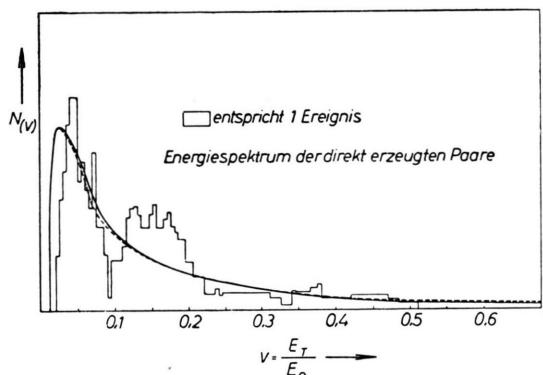


Abb. 4. Energiespektrum der direkt erzeugten Paare.

Dreiergabeln als Histogramm aufgetragen. Die ausgewogene Kurve ist die von BHABHA berechnete Energieverteilung der direkt erzeugten Paare. Das Spektrum der Bremsstrahlpaare erhält man aus Gl. (2). Die gestrichelte Kurve in Abb. 4 zeigt das Energiespektrum unter der Annahme, daß sich unter den 42 ausgemessenen Dreiergabeln 10 Bremsstrahlpaare befanden; diese haben also keinen wesentlichen Einfluß auf das Energiespektrum der direkt erzeugten Paare. Die Abweichungen zwischen den beiden Kurven werden hauptsächlich durch die Energieabhängigkeit der Konversionslänge von Photonen verursacht.

Ergebnisse

Die Integration über den BHABHASchen differentiellen Wirkungsquerschnitt ab 5 MeV pro Sekundärteilchen lieferte bei 800 MeV Primärenergie und einem mittleren $Z = 22,1$ für den theoretisch erwarteten totalen Wirkungsquerschnitt den Wert: $Q = 0,77 \cdot 10^{-25} \text{ cm}^2$.

Unter den 42 ausgemessenen Dreiergabeln hatten drei Ereignisse Sekundärteilchen mit einer Energie von 5 ± 1 MeV. Nimmt man an, daß bei den 15 nicht ausgemessenen Dreiergabeln ein gleicher Prozentsatz Sekundärteilchen in diesem Energiebereich besitzt, so werden durch das Abschneiden bei niedrigen Energien insgesamt 4,1 Dreiergabeln betroffen. Wegen der Streuung um 5 MeV sind jedoch nur 50% davon eliminiert worden. Danach ergibt sich die Zahl der direkt erzeugten Paare aus:

Zahl der gefundenen Dreiergabeln (möglicherweise direkt erzeugte Paare) :	$57 \pm 7,6$
Anteil der Bremsstrahlpaare :	10 ± 5
Abschneiden von Dreiergabeln mit energiearmen Sekundärteilchen :	2 ± 1
Zahl der direkt erzeugten Paare :	$45 \pm 9,1$

Aus der verfolgten Spurstrecke (63,2 m) und der Zahl der darauf direkt erzeugten Paare erhält man eine mittlere freie Weglänge von:

$$\lambda = 140 \begin{array}{l} + 36 \\ - 23 \end{array} \text{ cm.}$$

Daraus ergibt sich bei einer mittleren Anzahl von $8,03 \cdot 10^{22}$ Atomen pro cm^3 in Ilford G 5-Emulsionen ein experimenteller Wirkungsquerschnitt

$$Q(800 \text{ MeV}) = (0,89 \pm 0,18) \cdot 10^{-25} \text{ cm}^2.$$

In Abb. 1 ist das Energiespektrum der Sekundärteilchen der ausgemessenen Dreiergabeln aufgetragen und mit der berechneten Kurve nach Normierung verglichen. Auch hier zeigt sich bis auf statistische Schwankungen Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment. Die Abweichungen bei

hohen Teilchenenergien können durch die großen Fehlerbreiten der Meßwerte in diesem Bereich erklärt werden.

Auch eine bei 250 MeV Primärenergie durchgeführte Untersuchung deutete auf eine gleiche Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment in diesem Energiebereich hin. Wegen des kleineren totalen Wirkungsquerschnittes ist das statistische Material jedoch so gering, daß hier keine sicheren Aussagen gemacht werden konnten.

Die theoretischen Berechnungen der Häufigkeit und Energieverteilung direkt erzeugter Paare beschreiben also die bei einer Primärenergie von 800 MeV durchgeföhrten Messungen zufriedenstellend und gelten wahrscheinlich auch für eine Primärenergie von 250 MeV. Ein auf Grund anderer Messungen¹⁻⁴ vermuteter zu großer totaler Wirkungsquerschnitt konnte nicht gefunden werden, dagegen wurden die bei anderen Primärenergien gewonnenen Ergebnisse von BLOCK et al.⁷ und FAY¹² innerhalb der Fehlergrenzen bestätigt.

Herrn Prof. W. HEISENBERG und Herrn Prof. K. WIRTZ möchte ich für die Aufnahme in das Max-Planck-Institut für Physik vielmals danken. — Herrn Dr. K. GOTTSSTEIN und Herrn Dr. H. FAY sowie den anderen Mitgliedern der Kernemulsionsgruppe danke ich für die Anregung dieser Arbeit, für wertvolle Hinweise und viele fördernde Diskussionen. — An dieser Stelle möchte ich auch Herrn Prof. W. K. H. PANOFSKY für die Exponierung der Emulsionen bei 250 und 500 MeV, und Herrn Prof. R. R. WILSON, Herrn Prof. D. R. CORSON und Herrn Prof. M. F. KAPLON für die Exponierung der Emulsionen bei 800 MeV meinen Dank aussprechen.

¹² H. FAY, Nuovo Cim. **5**, 293 [1957].